

ΤΜΗΜΑ

Χρηματοοικονομικής και Τραπεζικής Διοικητικής

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Χειμερινό Εξάμηνο 2014-2015

ΘΕΜΑ 1ο

(i) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{\sqrt{3}-x}$ και $g(x) = \sqrt{4-x^2}$. Να βρεθεί η $f \circ g$

(ii) Έστω η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Q} \\ x^2, & x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \end{cases}$

Δείξτε με τον ορισμό του ορίου ότι $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

ΘΕΜΑ 2ο

Δείξτε ότι:

(i) Η εξίσωση $x^3 = 6x^2 - 6$ έχει μια ρίζα στο $(1,4)$

(ii) και η ρίζα αυτή είναι πραγματική

ΘΕΜΑ 3^ο

(i) Έστω ότι η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[a, b]$
και $f = g'$ για κάποια συνάρτηση στο $[a, b]$

Δείξτε ότι:
$$\int_a^b f(x) dx = g(b) - g(a)$$

(ii) Υπολογίστε το άριστο ολοκλήρωμα

$$\int \frac{\log x}{(x+1)^2} dx$$

ΘΕΜΑ 4^ο

(i) Δείξτε ότι η ακολουθία (x_n) με

$$|x_n - x_{n+1}| < c |x_{n-1} - x_n| \text{ για } n \geq 2, \text{ όπου } 0 < c < 1$$

είναι Cauchy.

(ii) Βρείτε όλες τις συναρτήσεις f για τις
οποίες ισχύει: $f'''(x) = x + x^2$

ΘΕΜΑ 5^ο

(i) Να δείξετε ότι $1 + r + r^2 + \dots + r^n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}$ για
και να διερευνήσει η σύγκλιση της σειράς $\sum_{n=0}^{\infty} r^n$ $r \neq 1$

(ii) Να βρεθούν εάν υπάρχουν τα \sup, \inf, \max, \min
του συνόλου $A = \{x \in \mathbb{Q} : x \geq 0, 0 < x^2 - 1 \leq 3\}$