Φεβρουάριος 2019

Ζήτημα 1°

(α) $\mu = 3,1$ $\sigma = 0,9$

Εστω Χ η τμ. για την αναμονή των πελατων

$P(X > 4,8) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{4,8-\mu}{\sigma}\right)$

Υπενθύμιση: Όταν $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ τοτε $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim Z \sim N(0,1)$

$= P\left(Z > \frac{4,8-3,1}{0,9}\right) = P\left(Z > \frac{1,7}{0,9}\right)$

$= P(Z > 1,88) = 1 - P(Z \leq 1,88) = 1 - 0,9699$

$= 0,03$ ή 3%

(β) Η εταιρεία έχει πάρει απόφαση να αυξήσει τους υπαλλήλους της αν το ποσοστό των κλήσεων που είναι σε αναμονή τουλάχιστον 4,8 λεπτά είναι 5%. Απο το ερώτημα (α) έχουμε οτι το εν λόγω ποσοστό είναι 3%, άρα δεν χρειάζεται η εταιρεία να πάρει υπαλλήλους

(γ) Αρα $P(X > x) = 0,05 \Leftrightarrow P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{x-\mu}{\sigma}\right) = 0,05$

$\Leftrightarrow P\left(Z > \frac{x-3,1}{0,9}\right) = 0,05 \Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{x-3,1}{0,9}\right) = 1-0,05$

$\Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{x-3,1}{0,9}\right) = 0,95 \Leftrightarrow \frac{x-3,1}{0,9} = 1,65$

$\Leftrightarrow x - 3,1 = 1,485 \Leftrightarrow \boxed{x = 4,585 \text{ λεπ}}$

Ζήτημα 2

(α) $n=625$, $\hat{p}=0,8$, $\alpha=0,05$

Το προσεγγιστικό Δ.Ε για το ποσοστό επιτυχιών (παράμετρος) του πληθυσμού είναι:

$$\hat{p} \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{p}\cdot\hat{q}/n}$$

$\hat{q}=1-\hat{p}=0,2$, $Z_{0,05/2}=Z_{0,025}=1,960$

Άρα το Δ.Ε είναι: $0,8 \pm 1,96\cdot\sqrt{\frac{0,8\cdot 0,2}{625}}$

$=0,8\pm 1,96\cdot 0,016 = 0,8\pm 0,03136$

άρα $\boxed{0,76864 < \Delta E < 0,83136}$

(β) Στατιστική ακρίβεια Δ.Ε έχουμε:

$$\Delta E_{/95\%} = \frac{0,83136-0,76864}{2} = \frac{0,06272}{2} = 0,03136$$

(γ) $n=8.000.000$, $S_p=\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \sqrt{\frac{0,8\cdot 0,2}{8.000.000}} = 1,41\cdot 10^{-4}$

$$e=\left|Z_{\alpha/2}\right|\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 1,96\cdot 1,41\cdot 10^{-4} =$$

$$= 1,96\cdot 0,000141 = 2,7636\cdot 10^{-4}$$

Ζήτημα 3ο

(α) Έστω p_A και p_Γ τα ποσοστά των αντρών και αντίστοιχα των γυναικών που θεωρούν τον γάμο τους επιτυχημένο

άρα $p_A = \frac{78}{100}$ και $p_\Gamma = \frac{62}{100}$

Άρα ο έλεγχος είναι $H_0: p_A = p_\Gamma = 0$ (vs) $H_1: p_A < p_\Gamma$

ή

$H_1: p_A - p_\Gamma < 0$

Αν απορριφθεί η Ho και γίνει δεκτή η H1, θα υπάρχουν σημαντικές ενδείξεις ότι το ποσοστό των αντρών που πιστεύουν ότι έχουν επιτυχ. γάμο θα είναι μικρότερο σε σχέση με των γυναικών

άρα η κρίσιμη περιοχή είναι:

(Β) $C = \{z: z < -z_{0,10}\} = \{z: z < -1,282\}$

$\hat{p}_A = 0,78 \quad \hat{p}_\Gamma = 0,62$ και $\hat{p} = \frac{78+62}{100+100} = \frac{140}{200} = 0,7$

Επομένως η παρατηρούμενη τιμή της σ.σ είναι:

$$Z = \frac{\hat{p}_A - \hat{p}_\Gamma}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_\Gamma}\right)}} = \frac{0,78-0,62}{\sqrt{0,7 \cdot 0,3(0,0198+0,0161)}}$$

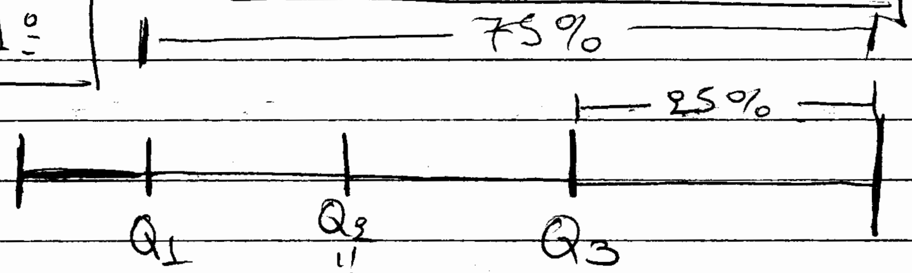
$$= \frac{0,16}{0,078} = 2,051$$

Παρατηρούμε ότι $2,051 > -1,282$ άρα η παρατηρούμενη τιμή της σ.σ.ε πέφτει έξω από κ.π. Επομένως δεν απορρίπτουμε την Ho

Σεπτέμβριος 2012

Θέμα 1ο:

(1)



$Q_1 = 5.450€$ $\quad Q_2 = M = 5.960€$ $\quad Q_3 = 6.708€$

Ο δείκτης ασυμμετρίας είναι $S_K = \dfrac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$

$$\Leftrightarrow S_K = \frac{6.708 + 5.450 - 2 \cdot 5.960}{6.708 - 5.450} =$$

$$= \frac{12.158 - 11.920}{1.258} = \frac{238}{1.258} = 0,1892$$

$S_K > 0$ άρα θετική ασυμμετρία

(2) $\bar{X}_\Pi = 5960€$ $\quad S = 1200€$

$\bar{X} = 5.800€$ $\quad$ 95% ΔΕ $\quad n = 10$

$$\text{Δ.Ε} \quad \bar{X} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\Leftrightarrow 5.800 - 1,96 \cdot \frac{1.200}{\sqrt{1050}} < \mu < 5.800 + 1,96 \cdot \frac{1200}{\sqrt{1050}}$$

$$\Leftrightarrow 5.800 - \frac{2.352}{32,4037} < \mu < 5.800 + \frac{2.352}{32,4037}$$

$$\Leftrightarrow 5.800 - 72,5843 < \mu < 5.800 + 72,5843$$

$$\Leftrightarrow 5.727,42 < \mu < 5.872,58$$

Παρατηρούμε ότι πέρσι το μέσο ύψος παραγγελιών είναι 5.960. Παρατηρούμε ότι το

$$5.960 \notin (5.727 , 5.872)$$

ΘΕΜΑ 2ο

$n = 1.000$, $\bar{X} = 580$

(1) Άγνωστη σ^2 και $n \geq 30$

$$\bar{X} - |z_{a/2}| \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + |z_{a/2}| \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$|z_{a/2}| = |z_{\frac{0,01}{2}}| = |z_{0,005}| = 2,576$$

Θεωρούμε $S = 50$

$$580 - 2,576 \cdot \frac{50}{\sqrt{1.000}} < \mu < 580 + 2,576 \frac{50}{\sqrt{1.000}}$$

$$\Leftrightarrow 580 - \frac{128,8}{31,62} < \mu < 580 + \frac{128,8}{31,62}$$

$$\Leftrightarrow 580 - 4,0734 < \mu < 4,0734$$

$$\Leftrightarrow 575,93 < \mu < 584,07$$

(2) Σφάλμα $e \pm 0,02$, $a = 0,01$

$$n \frac{|z_{a/2}|^2 \cdot \ ^2}{e^2} \Leftrightarrow n \geq \frac{2,576^2 \cdot 50^2}{0,02^2}$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{6,6358 \cdot 2500}{(2 \cdot 10^{-2})^2} \Leftrightarrow n \geq \frac{16589,5}{0,0004}$$

$\Rightarrow n \geq 41{,}473{,}750$

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2010

ΘΕΜΑ 1ο

$N(\mu, \sigma^2)$ $\sigma^2 = 9$ άρα $\sigma = 3$

(α) Η τυπική απόκλιση είναι το μέτρο διασποράς, το οποίο εκφράζεται με την ίδια μονάδα μέτρησης δηλαδή σε χιλιάδες ευρώ. $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

$n = 25$, $\bar{x} = 27$,

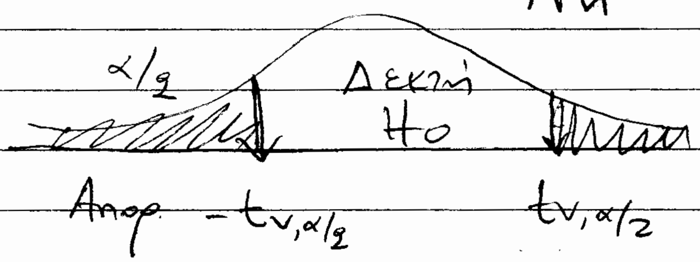
Παρατήρηση

- Αν το χαρακτηριστικό είναι ποιοτικό χρησιμοποιώ εκτίμηση ποσοστά
- Αν το χαρακτηριστικό είναι ποσοτικό χρησιμοποιώ εκτίμηση μέσου

Άρα $H_0: \mu = 27$ (vs) $H_1: \mu \neq 27$

$n < 30$

$t = \dfrac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$, s = η δειγμ. τυπική απόκλιση άρα $s = 3$



Συνθήκη απόρριψης Αν $|t| < |t_{\nu,\alpha/2}|$ με $\nu = n-1$

άρα $t_{26,\,0{,}025}$

(Β) Τυπικό σφάλμα εκτίμησης: $\sigma_{\bar{x}}$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3}{\sqrt{27}} = \frac{3}{5{,}196} = 0{,}5774$$

(γ) $\bar{X} - |t_{\nu,\alpha/2}| \cdot \sigma_{\bar{X}} < \mu < \bar{X} + |t_{\nu,\alpha/2}| \cdot \sigma_{\bar{X}}$

$\bar{X} = 27$, $\sigma_{\bar{X}} = 0,5774$, $\nu = n-1$ άρα $\nu = 24$, $a = 0,01$

άρα $t_{24,\, 0,005} = 2,797$

άρα $27 - 2,797 \cdot 0,5774 < \mu < 27 + 2,797 \cdot 0,5774$

$\Leftrightarrow \quad 27 - 1,62 < \mu < 27 + 1,62$

$\Leftrightarrow \quad 25,38 < \mu < 28,62$

ΘΕΜΑ 2ο Ίδιο με Φεβρουάριο 2012

ΘΕΜΑ 3ο