

ΜΑΘΗΜΑ: Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστικής
 ΕΞΕΤΑΣΗ: 24/06/2015

ΟΜΑΔΑ Β

Ζήτημα 1^ο (4Μ)

Σε ένα καφάσι Α υπάρχουν 6 μύδια και 9 αχλάδια, ενώ στο καφάσι Β υπάρχουν 4 μύδια και 7 αχλάδια. επιλέγουμε ένα καφάσι και επιλέγουμε τυχαία 3 φρούτα από το καφάσι αυτό.

- (Α) Ποια η πιθανότητα να πάρουμε 1 μύλο και 2 αχλάδια (χωρίς επανάθεση)
- (Β) Αν πήραμε 1 μύλο και 2 αχλάδια (χωρίς επανάθεση), ποια η πιθανότητα να προέλθουν από το καφάσι Α.

Ζήτημα 2^ο (3Μ)

Έστω παρακάτω συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής X

$$f(x) = \begin{cases} ax(1-x), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

- (α) Να βρεθεί η τιμή του a
- (β) Να υπολογιστεί η δεξιωμένη πιθανότητα $P\left(x > \frac{1}{8} \mid x < \frac{1}{4}\right)$

Ζήτημα 3^ο (3Μ)

Έστω η Τ.Μ. που αναπαριστά τον αριθμό των βλαβών που εμφανίζει μια μηχανή σε μια βιομηχανία σε μέρες λειτουργίας. Η Τ.Μ. ακολουθεί την κατανομή Poisson και ισχύει $P(X=0) = 10^{-3}$. Να υπολογιστούν:

- (α) Ο μέσος αριθμός βλαβών ανά εβδομάδα λειτουργίας

- (β) Η πιθανότητα η μηχανή να εμφανίσει μια βλάβη σε ένα τμήμα λειτουργίας.
- (γ) Η πιθανότητα η μηχανή να εμφανίσει το ποσό 2 βλάβες σε δύο τμήμα λειτουργίας.

ΜΑΘΗΜΑ: Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστικής

Εξέταση: 25/06/2014

ΟΜΑΔΑ Α

Ζήτημα 1^ο (3Μ)

Μια ομάδα ποδοσφαίρου διαθέτει συνολικά 15 παίκτες. Ο προπονητής της ομάδας πρέπει να επιλέξει 11 παίκτες για κάποιο αγώνα.

- Α) Πόσες διαφορετικές ομάδες των 11 παικτών μπορεί να επιλεγθούν;
- Β) Αν ο κάθε παίκτης μπορεί να πάρει οποιαδήποτε από τις 11 διαφορετικές θέσεις, πόσες διαφορετικές ενδεκάδες μπορούν να σχηματιστούν;
- Γ) Το ίδιο με το Α), αν υποθεθεί ότι 4 συγκεκριμένοι παίκτες θα συμμετάσχουν οποιαδήποτε στο παιχνίδι.

Ζήτημα 2^ο (4Μ)

Τρία καφάσια ενός οπωροπωλείου I, II, III έχουν το 40%, 20% και 40% αντίστοιχα, του συνόλου των μήλων. Από αυτά το 4%, το 1% και το 2% αντίστοιχα είναι σάπια. Επιλέγουμε τυχαία ένα μήλο από το σύνολο και επιλέγουμε εάν είναι σάπιο ή όχι.

- (i) Ποια η πιθανότητα το μήλο αυτό να είναι σάπιο;
- (ii) Εάν όντως είναι σάπιο, ποια η πιθανότητα να ανήκει στο πρώτο καφάσι.

Ζήτημα 3 (3Μ)

Έστω η παρακάτω συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής X :

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot 6 \cdot x^3 - a \cdot \frac{21}{2} \cdot x^2 + a \cdot 5 \cdot x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

(α) Να βρεθεί η σταθερά a

(β) Να βρεθούν οι πιθανότητες $P(X \leq \frac{1}{2})$ και $P(X > \frac{1}{2})$

ΜΑΘΗΜΑ: Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστικής

ΕΞΕΤΑΣΗ: 25/06/2014

ΟΜΑΔΑ Β

Ζήτημα 1^ο (3Μ)

Μια επιχείρηση διαθέτει συνολικά 12 υπαλλήλους.
Ο Διευθυντής πρέπει να επιλέξει υπαλλήλους για κάποια
εργασία, ο καθένας από τους οποίους θα λάβει κάποια
εξειδικευμένη θέση μέσα στο γραφείο.

- A) Πόσες διαφορετικές ομάδες των 6 υπαλλήλων μπορεί
να επιλεγθούν.
- B) Αν ο κάθε υπάλληλος μπορεί να εργαστεί εξ ίσου
καλά σε οποιαδήποτε από τις εξειδικευμένες θέσεις,
πόσες διαφορετικές θέσεις εξάδες μπορούν να
σχηματιστούν;
- Γ) Το ίδιο με το A), αν υποθεθεί ότι 2 συγκεκριμένοι
υπάλληλοι θα συμπετάσθουν οπωδήποτε στην εργασία.

Ζήτημα 2^ο (4Μ)

Τρία χωράφια μιας καλλιέργειας I, II, III παράγουν
το 20%, 30% και 50%, αντίστοιχα του συνόλου της
παραγωγής φράουλας. Από αυτά το 10%, το 12% και το 9%
αντίστοιχα είναι άγουρα. Επιλέγουμε τυχαία μια φράουλα
από το σύνολο και ελέγχουμε εάν είναι άγουρη ή όχι.

- (i) Ποια η πιθανότητα η φράουλα αυτή να είναι άγουρη.
(ii) Εάν όντως είναι άγουρη, ποια η πιθανότητα να
προήλθε από το τρίτο χωράφι;

Ζήτημα 3: (3 Μ)

(2)

Έστω η παρακάτω συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής X :

$$f(x) = \begin{cases} c(x+5), & -5 \leq x \leq 0 \\ c(-x+5), & 0 \leq x \leq 5 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

(α) Να βρεθεί η παράμετρος c .

(β) Να βρεθούν $P(X \geq 2)$ και $P(X < 2)$

ΜΑΘΗΜΑ: Θεωρία Πιθανοτήτων και Στατιστικής

Ζήτημα 1^ο

Σε ένα παιχνίδι πιθανοτήτων παρατηρούμε τα τρία τελευταία ψηφία από τις πινακίδες. Ποια η πιθανότητα τα δύο ακριβώς ψηφία από τα 3, και όχι περισσότερα να 'ναι ίδια;

Ζήτημα 2^ο

Έχετε μια συνεχή συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} 2x e^{-x^2}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

(α) Να υπολογιστεί η μέση τιμή $E(x)$

(β) Να υπολογιστεί η πιθανότητα: $P\left(\left|x - \frac{\sqrt{\pi}}{2}\right| < \frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)$

Δίνεται:

$$\bullet \int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\bullet \int f(x) \frac{d g(x)}{d x} dx = f(x) \cdot g(x) - \int \frac{d f(x)}{d x} g(x) dx$$