



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
74^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 18 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2014

Β΄ τάξη Γυμνασίου

Πρόβλημα 1

Να βρείτε τους αριθμούς

$$A = \left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(3^2 + 2000^0 - \frac{4}{9} : \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) + \frac{77}{3^4} \quad \text{και} \quad B = \left(4 - \frac{16}{81}\right) : \left(\frac{60}{3^3} - \frac{19}{3^2}\right) + \frac{7}{9}.$$

Πρόβλημα 2

Αγρός έχει σχήμα τραπεζίου ΑΒΓΔ με $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$, ύψος ΑΒ = 800 μέτρα, μικρή βάση ΑΔ, μεγάλη βάση ΒΓ και διαφορά βάσεων ΒΓ – ΑΔ = 800 μέτρα. Δίνεται ακόμη ότι:

- Η περίμετρος του αγρού είναι μικρότερη από $2810 + 800\sqrt{2}$ μέτρα.
- Το εμβαδό του αγρού είναι μεγαλύτερο από 796 στρέμματα.
- Η μικρή βάση ΑΔ έχει μήκος x μέτρα, όπου x ακέραιος πολλαπλάσιος του 10.

Να βρείτε τα μήκη των βάσεων και το εμβαδόν του αγρού.

(Δίνεται ότι 1 στρέμμα είναι ίσο με 1000 τετραγωνικά μέτρα)

Πρόβλημα 3

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = AG$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο ΑΓΔ με $\hat{A}\hat{D}\hat{G} = 90^\circ$. Η μεσοκάθετη της πλευράς ΑΓ τέμνει την ΑΓ στο μέσο της Κ, την ΑΒ στο σημείο Λ και την προέκταση της πλευράς ΒΓ στο σημείο Μ. Έστω Ν το συμμετρικό του σημείου Λ ως προς την ευθεία ΑΓ. Να βρείτε:

(α) Τα μέτρα των γωνιών ΚΜΒ και ΜΑΛ.

(β) Το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΛΝ, συναρτήσει του μήκους $\alpha = ΑΔ$.

Πρόβλημα 4

Σε ένα σχολείο το 55% των μαθητών είναι αγόρια. Το πλήθος των αγοριών που δεν μιλούν γαλλικά είναι ίσο με το πλήθος των κοριτσιών που μιλούν γαλλικά. Τα αγόρια που μιλούν γαλλικά, είναι τα $\frac{7}{11}$ των μαθητών που μιλούν γαλλικά. Τα κορίτσια που δεν μιλούν γαλλικά είναι 60. Βρείτε πόσους μαθητές έχει το σχολείο.

Κάθε πρόβλημα βαθμολογείται με 5 μονάδες

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες μετά την παράδοση των θεμάτων

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
74^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 18 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2014

Γ' τάξη Γυμνασίου

Πρόβλημα 1

Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = \left(\frac{x^3}{y^3} + \frac{1}{3} \right) : \left(\frac{x}{y} \right)^3, \quad B = \frac{243x^2 + 81y^2}{y} \quad \text{και} \quad \Gamma = x^{-1} + y^{-1}, \quad \text{όταν} \quad x = 3^{-3}, \quad y = 3^{-4}.$$

Πρόβλημα 2

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = 16x^6 - 16x^4 - x^2 + 1$ και $Q(x) = 4x^4 - 5x^2 + 1$.

(α) Να γράψετε τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ ως γινόμενα πολυωνύμων πρώτου ή το πολύ δευτέρου βαθμού.

(β) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{5}{2}(x^2 + 1)$.

Πρόβλημα 3

Δύο θετικοί ακέραιοι x, y με $x > y$, έχουν άθροισμα 2014. Η διαίρεση του μεγαλύτερου με τον μικρότερο δίνει πηλίκο ω και υπόλοιπο 97. Να βρείτε όλες τις δυνατές τιμές των x, y και ω .

Πρόβλημα 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο $A\Gamma\Delta$ με $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = 90^\circ$. Η μεσοκάθετη της πλευράς $A\Gamma$ τέμνει την $A\Gamma$ στο μέσο της K , την AB στο σημείο Λ και την προέκταση της πλευράς $B\Gamma$ στο σημείο M . Αν είναι $A\Delta = \alpha$, να υπολογίσετε συναρτήσει του α :

(α) Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος $K\Lambda$.

(β) Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AM και το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.

Κάθε πρόβλημα βαθμολογείται με 5 μονάδες

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες μετά την παράδοση των θεμάτων

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ