

Ευκλείδης Β' Γυμνασίου 1995-1996

1. Να λύσετε την εξίσωση:  $1 + \{3 \cdot [5 - (7 + x) : 9] - 7\} \cdot 5 = 26$

2. Σ' ένα ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ παίρνουμε τις διαμέσους ΑΔ, ΒΕ και ΓΖ (που διέρχονται από το ίδιο σημείο Θ).

Πόσες γωνίες, μικρότερες από  $180^\circ$ , σχηματίζουν οι διάμεσοι με τις πλευρές του τριγώνου και μεταξύ τους;

3. Οι αριθμοί α και β είναι ανάλογοι με τους αριθμούς 5 και 6. Οι αριθμοί β και γ είναι αντιστρόφως ανάλογοι με τους αριθμούς 3 και 4.

Να εξετάσετε αν οι αριθμοί  $\alpha^2 + \beta^2$  και  $\beta^2 + \gamma^2$  είναι τέλεια τετράγωνα.

4. Σ' ένα χορό πήραν μέρος 8 αγόρια και 8 κορίτσια. Κάθε αγόρι χόρεψε με μερικά κορίτσια και κάθε κορίτσι με μερικά αγόρια. Μετά το τέλος του χορού κάθε άτομο έγραψε τον αριθμό των χορών που χόρεψε.

Έτσι πήραμε τους αριθμούς: 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6.

Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί αυτοί δεν είναι οι σωστοί, γιατί κάπου υπάρχει λάθος.

Ευκλείδης Β' Γυμνασίου 1996-1997

1. Οι σελίδες ενός βιβλίου είναι αριθμημένες με διαδοχικούς αριθμούς 1, 2, 3, ...

Από την πρώτη μέχρι την τελευταία σελίδα χρησιμοποιήθηκαν 4909 ψηφία.

Να βρεθεί πόσες σελίδες έχει το βιβλίο .

2. Έστω  $\alpha = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1996}$  ,  $\beta = 1 + \frac{2}{4} + \frac{4}{6} + \frac{6}{8} + \frac{8}{10} + \dots + \frac{3990}{3992}$

Να υπολογιστεί το  $\alpha + \beta$ .

3. Έστω τετράγωνο ΚΛΜΝ πλευράς 21 και Α, Β, Γ, Δ σημεία των ΚΛ, ΛΜ, ΜΝ,

ΝΚ ώστε ΚΑ=9, ΛΒ=5, ΜΓ=12, ΝΔ=13.

Να δειχτεί ότι  $\Delta A + \Delta B + 1 > AB + A\Gamma$ .

4. Από τους 18 αριθμούς, 1, 2, 3, ..., 18 επιλέγουμε στην τύχη τέσσερις

διαφορετικούς.

Να δειχτεί ότι από αυτούς τους τέσσερις υπάρχουν δύο, έστω οι  $\alpha$  και  $\beta$ ,

με  $0 < \alpha - \beta \leq 5$ .

Ευκλείδης Β' Γυμνασίου 1997-1998

1. Να βρεθούν οι αριθμοί  $x, y$  όταν 
$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 30 \\ x \cdot \frac{\{[(5^3)^{12} : 5^{(2^2)}] - 5^2\} : 50}{(4 + 2^{192} : 2^{188}) : 5} \end{array} \right\}$$

2. Να προσδιοριστούν τα ψηφία  $\alpha \in \{1, 2, \dots, 9\}$  ,  $\beta \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$  , αν το κλάσμα

$$K = \frac{10\alpha + \beta}{\alpha + \beta}$$

απλοποιείται με το 6.

3. Να προσδιοριστεί ο αριθμός  $x$  αν είναι γνωστό ότι

$$2^{1997} - 2^{1996} - 1 + \{[(2^{80} : 2^{78}) : 2^2] \cdot x - 1 - 2^2\} (x + 3^2) = 2^{1995} + 2^{1994} + \dots + 2^2 + 2 + 1.$$

4. Μπορείτε να ζωγραφίσετε 12 κύκλους, ώστε ο καθένας από αυτούς να εφάπτεται σε 5 ακριβώς από τους δοσμένους κύκλους;

Ευκλείδης Β' Γυμνασίου 1998-1999

1. Να βρεθούν οι φυσικοί αριθμοί  $\alpha, \beta$  όταν  $\alpha^2(\beta + 2) = 4375$ .

2. Έστω  $\alpha, \beta, \gamma$  φυσικοί αριθμοί με 
$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = 20 \\ 3\alpha + 2\beta + 3\gamma = 57 \end{cases}$$

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης  $A = (2\alpha + \beta + 2\gamma)(4\alpha + 3\beta + 4\gamma)$ .

3. Το σημείο  $M_1$  είναι το μέσον του  $AB$ , το  $M_2$  το μέσον του  $AM_1$ , το  $M_3$  το μέσον του  $AM_2$  κτλ. και το  $M_{10}$  είναι το μέσον του  $AM_9$ .

Αν  $AB = 2^{11} \cdot 3$  να βρεθεί το  $AM_{10}$ .

4. Έστω ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  με  $AB = 2A\Delta$  και ισόπλευρο τρίγωνο  $ABM$  (το  $M$  βρίσκεται προς το μέρος της  $\Gamma\Delta$ ).

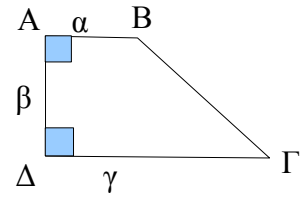
Αν  $E$  είναι το μέσον της  $BM$ , να υπολογιστεί η γωνία  $\widehat{B\hat{E}\Gamma}$ .

Ευκλείδης Β' Γυμνασίου 1999-2000

1. Στο τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  του σχήματος έχουμε  $\hat{A}=\hat{\Delta}=90^\circ$ ,  $AB=\alpha$ ,  $A\Delta=\beta$  και  $\Gamma\Delta=\gamma$ .

Οι αριθμοί  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  είναι ακέραιοι, ανάλογοι των αριθμών 1, 2, 3 αντίστοιχα και έχουν άθροισμα 30.

Να βρεθεί το εμβαδόν του τραπεζίου  $AB\Gamma\Delta$ .



2. Να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$$A=(200+196+192+\dots+8+4)-(198+194+190+\dots+6+2).$$

3. Σε μια τάξη που έχει συνολικά 240 μαθητές, το 50% των μαθητών παίζει ποδόσφαιρο, το 40% παίζει μπάσκετ και το 10% των μαθητών παίζει και τα δύο.

Να βρείτε το ποσοστό, επί τοις εκατό, των μαθητών της τάξης, που δεν παίζει ούτε ποδόσφαιρο ούτε μπάσκετ.

4. Στο διπλανό πίνακα

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
$\delta$	$\theta$	$\varepsilon$
$\zeta$	$\eta$	$\theta$

έχουν τοποθετηθεί οι ακέραιοι αριθμοί  $\alpha$ ,  $\beta$ ,

$\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$ ,  $\zeta$ ,  $\eta$ ,  $\theta$  και το 0 (μηδέν). Το άθροισμα των αριθμών κάθε γραμμής (οριζόντια), κάθε στήλης (κατακόρυφα) και κάθε διαγωνίου ισούται με  $\kappa$ .

Να δειχτεί ότι  $\kappa=0$ .

Ευκλείδης Β' Γυμνασίου 2000-2001

1. Το έτος 2001 έχει την εξής ιδιότητα:

Είναι τετραψήφιος αριθμός και αν διπλασιάσουμε το ψηφίο των μονάδων παίρνουμε το ψηφίο των χιλιάδων.

Να βρεθεί το πλήθος όλων των τετραψήφιων αριθμών που έχουν την παραπάνω ιδιότητα.

2. Αν για κάθε θετικό ακέραιο αριθμό  $n$  ισχύει η ισότητα  $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

να υπολογίσετε το άθροισμα  $\Sigma = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2000 \cdot 2001}$ .

3. Αν ο αριθμός  $n$  είναι θετικός ακέραιος, ναδειχτεί ότι ο αριθμός

$$A = 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{n}}}$$

δεν είναι ποτέ ακέραιος.

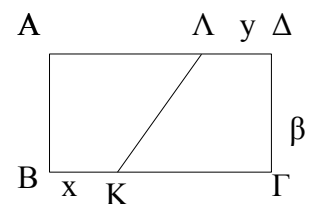
4. Στο σχήμα το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι ορθογώνιο και το τμήμα  $ΚΛ$  το χωρίζει σε δύο τετράπλευρα που έχουν ίσα εμβαδά.

Αν είναι  $B\Gamma = a$ ,  $\Gamma\Delta = \beta$ ,  $BΚ = x$  και  $\Lambda\Delta = y$ , ναδειχτεί ότι:

1)  $x = y$ .

2) Τα τρίγωνα  $ΒΟΚ$  και  $\Lambda Ο\Delta$  έχουν ίσα εμβαδά ( $O$  το κέντρο του).

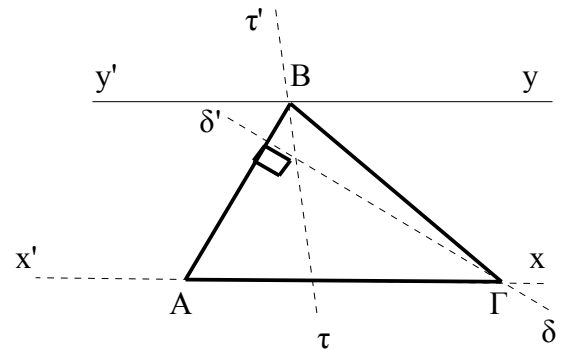
3) Τα τετράπλευρα  $ΑΒΟΛ$  και  $\Gamma\Delta ΟΚ$  έχουν ίσα εμβαδά.



1. Να υπολογίσετε την παράσταση:  $A = [(-1)^{10} + (-1)^{11}] \cdot (2^4 - 3^2) + 5^{12} : 5^{10} - 20$ .

2. Στο σχήμα έχουμε:

- ευθείες  $x'x // y'y$ ,
- η ευθεία  $\delta\delta'$  είναι μεσοκάθετος του  $AB$ ,
- η ευθεία  $\tau\tau'$  διχοτομεί ηε γωνία  $\hat{A}B\hat{\Gamma}$ .
- $\hat{A}\hat{\Gamma}B = \hat{\Gamma}\hat{B}\tau = \omega$ .



Να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου  $AB\Delta\Gamma$ .

3. Ένα μπουφάν είχε τιμή πώλησης τον περασμένο Σεπτέμβριο 30.000 δρχ.

Τον Δεκέμβριο η τιμή του αυξήθηκε κατά 8%. Στις 14 Ιανουαρίου, με την έναρξη των εκπτώσεων πρόκειται να γίνει έκπτωση 25% επί της τιμής πώλησης.

Να βρείτε πόσο θα πωλείται το μπουφάν κατά την περίοδο των εκπτώσεων

σε δραχμές και σε ευρώ, στρογγυλοποιημένο στο εκατοστό (1 ευρώ=340,75 δρχ).

4. Στον παρακάτω πολλαπλασιασμό πρέπει να χρησιμοποιήσετε όλα τα ψηφία από 1 έως 9 και να συμπληρώσετε τα κενά τετράγωνα:

$$\begin{array}{r}
 \boxed{2} \quad \square \quad \square \\
 \times \quad \square \quad \boxed{8} \\
 \hline
 \boxed{5} \quad \square \quad \square \quad \square
 \end{array}$$

Ευκλείδης Β' Γυμνασίου 2002-2003

1. Ο αριθμός  $x$  είναι θετικός ακέραιος και το κλάσμα  $\frac{3-x}{2}$  είναι αριθμός αρνητικός μεγαλύτερος από το  $-1$ .

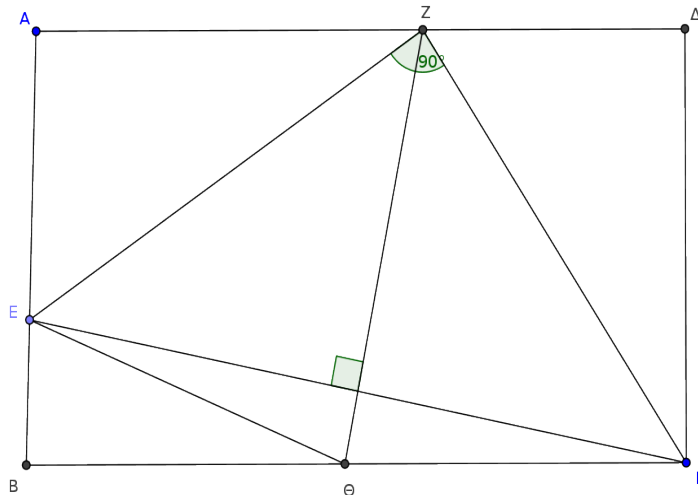
Να προσδιορίσετε όλους τους τριψήφιους θετικούς ακέραιους των οποίων το άθροισμα των ψηφίων τους είναι ίσο με  $x$ .

2. Να προσδιορίσετε τους ακέραιους  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  αν είναι γνωστό ότι:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{3}, \quad \frac{\beta}{\gamma} = \frac{3}{4}, \quad \frac{\gamma}{\delta} = \frac{4}{5} \quad \text{και} \quad \alpha\beta\gamma\delta = 120$$

3. Στο σχήμα, το τετράπλευρο είναι ορθογώνιο, η  $Z\Theta$  είναι μεσοκάθετος της  $\Gamma E$  και το τρίγωνο  $Z E \Gamma$  είναι ισοσκελές και ορθογώνιο στο  $Z$ .

Αν  $\widehat{A Z E} = \varphi$ , να υπολογίσετε ηε γωνία  $\widehat{B E \Theta}$  ως συνάρτηση του  $\varphi$ .



4. Καθένας από τους αριθμούς  $A = 888\dots 8$ ,  $B = 444\dots 4$  έχει 2003 ψηφία, ενώ καθένας από τους αριθμούς  $\Delta = 333\dots 3$ ,  $\Delta = 666\dots 7$  έχει 2002 ψηφία. Ποιος από τους αριθμούς  $X = A \cdot \Delta$ ,  $Y = B \cdot \Delta$  είναι μεγαλύτερος και πόσο;



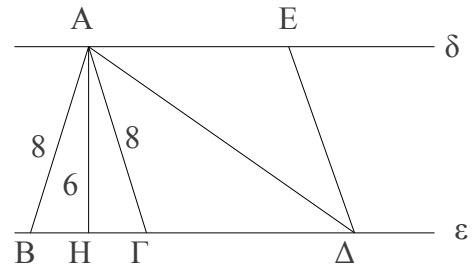
Ευκλείδης Β' Γυμνασίου 2003-2004

1. Στο σχήμα οι ευθείες  $\epsilon$  και  $\delta$  είναι παράλληλες, το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές με  $AB=AG=8$ ,  $AH=6$  το ύψος, η  $A\Delta$  είναι διχοτόμος της  $\widehat{GAE}$  και  $\Delta E \parallel AG$ .

Να υπολογιστεί:

1) Το μήκος της  $\Gamma\Delta$ .

2) Το εμβαδόν του τετραπλεύρου  $A\Gamma\Delta E$ .



2. Ο αριθμός  $A$  προκύπτει από το γινόμενο δύο διαδοχικών θετικών ακεραίων και είναι μικρότερος του 20, ενώ ο αριθμός  $B$  προκύπτει από το γινόμενο τριών διαδοχικών θετικών ακεραίων και είναι μικρότερος του 30. Το πηλίκο  $\frac{A}{B}$  έχει την ιδιότητα να είναι τέλειο τετράγωνο ακεραίου.

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης  $1000 \cdot \left(\frac{A}{B}\right)^{1000} + 2004 \cdot A^2 - 2004 \cdot B^2$ .

3. Οι μη παράλληλες πλευρές ισοσκελούς τραπεζίου έχουν μήκη 10m η κάθε μία, ενώ η περίμετρός του είναι 152m. Το ύψος του είναι το  $\frac{1}{9}$  της μεγάλης βάσης και οι βάσεις του είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 6 και 5.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου.

4. Ένας επιστήμονας και ο βοηθός του ανέλαβαν μια έρευνα σε χημικό εργαστήριο, από την οποία θα εισπράξουν 85.116 €. Ο επιστήμονας θα απασχοληθεί για 42 μέρες και ο βοηθός του για 45 μέρες.

Η ημερήσια αμοιβή του επιστήμονα είναι κατά 40% μεγαλύτερη της ημερήσιας αμοιβής του βοηθού του.

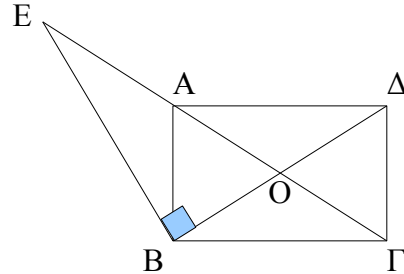
Να βρεθούν τα χρήματα που θα εισπράξει ο καθένας.

1. Να εκφράσετε την παράσταση  $A=3 \cdot 2^{18} \cdot [1 - (-1)^3] - 2^6 \cdot (3^2 - 1)(3^3 - 11) \cdot (3^4 - 17)$  ως δύναμη με βάση το 2.

2. Στο σχήμα, τα τρίγωνα  $ABO$  και  $\Gamma\Delta O$  είναι ισόπλευρα πλευράς  $a$ . Η  $BE$  είναι κάθετη προς τη  $B\Delta$ .

Να αποδείξετε ότι:

- 1)  $\hat{A}EB = 30^\circ$ .
- 2)  $EB = B\Gamma$ .
- 3)  $EA = AB$ .



3. Ένα Γυμνάσιο έχει συνολικά 240 μαθητές. Οι αριθμοί  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$  των μαθητών των τριών τάξεων  $A'$ ,  $B'$  και  $\Gamma'$  αντίστοιχα, είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς 3, 4 και 5 αντίστοιχα.

- 1) Να βρείτε πόσους μαθητές έχει κάθε τάξη του Γυμνασίου.
- 2) Αν το 40% των μαθητών της  $A'$  τάξης, το 30% των μαθητών της  $B'$  τάξης και το 24% των μαθητών της  $\Gamma'$  τάξης παίζουν ποδόσφαιρο, να βρείτε το ποσοστό επί τοις εκατό των μαθητών του Γυμνασίου που παίζουν ποδόσφαιρο.

4. Η  $B'$  τάξη ενός Γυμνασίου έχει 10 μαθητές περισσότερους από την  $A'$  τάξη, ενώ η  $\Gamma'$  τάξη έχει 10 μαθητές περισσότερους από την  $B'$  τάξη.

Ο αριθμός  $\Sigma$  όλων των μαθητών του Γυμνασίου, αν διαιρεθεί με καθέναν από τους αριθμούς 5, 6, και 8, δίνει υπόλοιπο 3. Επιπλέον ο αριθμός  $\Sigma$  είναι μεγαλύτερος του 250 και μικρότερος του 450.

Να βρείτε πόσους μαθητές έχει κάθε τάξη του Γυμνασίου.

Ευκλείδης Β' Γυμνασίου 2005-2006

1. Οι αριθμοί  $\alpha, \beta$  είναι ακέραιοι και ισχύει  $\alpha + \beta = 1000$ .

Είναι δυνατόν να ισχύει  $3\alpha + 5\beta = 3005$ ;

Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

2. Σε ένα δοχείο υπάρχουν 6 λευκά, 9 κίτρινα, 12 κόκκινα και 15 πράσινα σφαιρίδια.

Να προσδιοριστεί ο ελάχιστος αριθμός σφαιριδίων που πρέπει να πάρουμε τυχαία έτσι ώστε να εξασφαλιστεί η παρουσία στο δείγμα τουλάχιστον

α) 3 λευκών,

β) 5 κίτρινων,

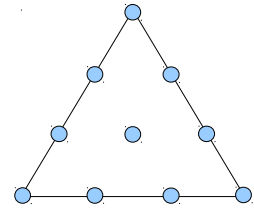
γ) 6 κόκκινων,

δ) 10 πράσινων σφαιριδίων

(τέσσερα διαφορετικά ερωτήματα).

3. Δέκα σημεία είναι τοποθετημένα σε σχήμα ισόπλευρου τριγώνου όπως στο σχήμα.

Να διαγραφεί ο ελάχιστος αριθμός σημείων έτσι ώστε τα υπόλοιπα να μη σχηματίζουν κανένα ισόπλευρο τρίγωνο.



4. Δίνονται οι αριθμοί:

$$A = \frac{1}{99} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} \right) \quad \text{και} \quad B = \frac{1}{100} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100} \right)$$

Ποιος είναι μεγαλύτερος και γιατί;



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
67ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"  
ΣΑΒΒΑΤΟ, 20 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2007

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

1. Να προσδιορίσετε τους φυσικούς αριθμούς  $\nu$  που είναι τέτοιοι ώστε ο αριθμός  $\frac{42}{2\nu+1}$  να είναι ακέραιος.
2. Θεωρούμε οξεία γωνία  $\widehat{AOB}$  και την προέκταση ΟΓ της πλευράς ΟΑ. Στο ημιεπίπεδο που ορίζεται από την ΑΓ και περιέχει το σημείο Β, φέρουμε ευθεία  $OD \perp OA$  και ευθεία  $OE \perp OB$ . Αν είναι  $\widehat{GOE} = 4\widehat{AOB}$ , να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{AOB}$ .
3. Αν  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  είναι πραγματικοί αριθμοί τέτοιοι ώστε  $(\gamma - \delta)(\gamma + \delta) \neq 0$  και 
$$\frac{\alpha + \beta}{\gamma + \delta} + \frac{\alpha - \beta}{\gamma - \delta} = \frac{\alpha + \beta}{\gamma - \delta} + \frac{\alpha - \beta}{\gamma + \delta},$$
 να αποδείξετε ότι ένας τουλάχιστον από τους  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  ισούται με 0.
4. Να αποδείξετε ότι κάθε εξαψήφιος φυσικός αριθμός της μορφής  $xyzxyz$ , όπου  $x, y, z$  είναι ψηφία με  $x \neq 0$  διαιρείται με τους αριθμούς 7, 11 και 13.

*Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

*Καλή επιτυχία*



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
68<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”  
ΣΑΒΒΑΤΟ, 19 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2008

Β΄ τάξη Γυμνασίου

Πρόβλημα 1.

Αν ισχύει ότι  $8x + 10y = 1$ , να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = 2008 - 4(4x + 5y) - 48x - 60y.$$

Πρόβλημα 2.

Σε μία ατελή διαίρεση ενός τριψηφίου φυσικού αριθμού  $a$  με τον αριθμό 5, το πηλίκο είναι μεγαλύτερο κατά 5 του εξαπλάσιου του υπολοίπου. Ποιες είναι οι δυνατές τιμές του  $a$ ;

Πρόβλημα 3

Στο διπλανό σχήμα δίνεται το τρίγωνο  $ABC$  και ευθεία  $\varepsilon$  που περνάει από το  $C$  παράλληλη προς την πλευρά  $AB$ . Επιπλέον, δίνεται ότι

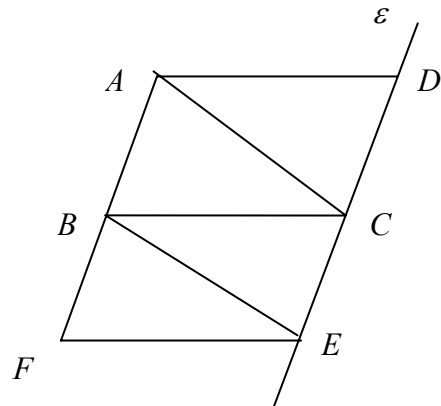
$$CD = CE = AB.$$

Στην προέκταση της  $AB$  προς το  $B$  παίρνουμε ευθύγραμμο τμήμα  $BF = AB$ .

α) Να βρεθούν τα τρίγωνα που υπάρχουν στο σχήμα και έχουν ίσο εμβαδόν.

(Να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας).

β) Τι μέρος του εμβαδού του σχήματος  $AFED$  είναι το εμβαδόν του τριγώνου  $ABC$ ;



Πρόβλημα 4

(α) Να αποδείξετε ότι κάθε εξαψήφιος θετικός ακέραιος της μορφής  $A = ababab$ , όπου  $a, b$  ψηφία, διαιρείται με το 3.

(β) Να προσδιορίσετε τους εξαψήφιους θετικούς ακέραιους της μορφής  $A = ababab$ , όπου  $a, b$  ψηφία, οι οποίοι διαιρούνται με το 5 και το 9.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
69<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
"Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"  
ΣΑΒΒΑΤΟ, 17 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2009

## Β' τάξη Γυμνασίου

### Πρόβλημα 1

Αν ισχύει ότι  $4x - 5y = 10$ , να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = (4x + 5y) - 36x + 35y + (8 : 4 - 2)^2.$$

*Μονάδες 5*

### Πρόβλημα 2

Τρίγωνο  $AB\Gamma$  έχει πλευρές  $AB = 3x - 2$ ,  $B\Gamma = x + 12$  και  $\Gamma A = 2x + 8$ , όπου  $x \geq 2$ . Να βρείτε τις τιμές του  $x$  για τις οποίες το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές. Υπάρχει τιμή του  $x$  για την οποία το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισόπλευρο;

*Μονάδες 5*

### Πρόβλημα 3

Δίνεται ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  με πλευρές  $AB = \Gamma\Delta$  και  $A\Delta = B\Gamma$  μήκους  $\alpha$  και  $\beta$ , αντίστοιχα. Αν αυξήσουμε το μήκος  $\alpha$  κατά 20% και το μήκος  $\beta$  κατά 30%, να βρεθεί πόσο επί τοις εκατό θα αυξηθεί το εμβαδόν του ορθογωνίου.

*Μονάδες 5*

### Πρόβλημα 4

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $A\Gamma > AB$ ) με τη γωνία  $\hat{A}$  διπλάσια της γωνίας  $\hat{B}$  και τη γωνία  $\hat{B}$  μεγαλύτερη από τη γωνία  $\hat{\Gamma}$  κατά είκοσι μοίρες. Δίνονται ακόμα το ύψος του  $AH$  και η διχοτόμος του  $A\Delta$ .

(α) Αν  $A', B', \Gamma'$  είναι τα συμμετρικά των κορυφών  $A, B, \Gamma$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ , ως προς άξονα συμμετρίας την ευθεία του ύψους  $AH$ , να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $ABB'$  και  $A\Gamma\Gamma'$  είναι ισοσκελή και να βρείτε τις γωνίες τους.

(β) Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζεται από το ύψος  $AH$  και τη διχοτόμο  $A\Delta$ .

*Μονάδες 5*

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
71<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
"Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"  
ΣΑΒΒΑΤΟ, 15 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2011  
Β' τάξη Γυμνασίου

**Πρόβλημα 1**

(α) Να συγκρίνετε τους αριθμούς

$$A = \frac{1}{8^2} \cdot \left( 2^3 + 1 + \frac{1}{4} : \frac{3}{2} - \frac{1}{6} \right) \text{ και } B = \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{27} \right) : \left( \frac{10}{3^3} - \frac{2}{9} \right) \cdot \frac{3^2}{2^7}.$$

*Μονάδες 3*

(β) Αν ισχύει ότι:

$$\frac{2}{\alpha} + \frac{4}{\beta} + \frac{\gamma}{6} = \frac{1}{6},$$

να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$\Gamma = \frac{8-\alpha}{4\alpha} + \frac{12-2\beta}{3\beta} + \frac{2\gamma-3}{12}.$$

*Μονάδες 2*

**Πρόβλημα 2**

Ένας έμπορος αυτοκινήτων είχε στο κατάστημά του την αρχή της περυσινής χρονιάς 20 αυτοκίνητα τύπου Α και 60 αυτοκίνητα τύπου Β. Η τιμή πώλησης για κάθε αυτοκίνητο τύπου Α είναι 10000 ευρώ, ενώ για κάθε αυτοκίνητο τύπου Β είναι 12000 ευρώ.

Στο τέλος της χρονιάς είχε πουλήσει το 30% των αυτοκινήτων τύπου Α και το 60% του συνόλου των αυτοκινήτων τύπου Α και Β.

Να βρείτε ποιο θα είναι το κέρδος του από την πώληση των αυτοκινήτων, αν γνωρίζετε ότι από καθένα αυτοκίνητο τύπου Α κερδίζει το 5% της τιμής πώλησής του, ενώ από καθένα αυτοκίνητο τύπου Β κερδίζει το 10% της τιμής πώλησής του.

*Μονάδες 5*

**Πρόβλημα 3**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με  $AB = AG$  και  $\hat{A} = 36^\circ$ . Από την κορυφή Α φέρουμε ευθεία  $\varepsilon$  παράλληλη προς την πλευρά ΒΓ. Η διχοτόμος της γωνίας Β τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Δ και την ευθεία  $\varepsilon$  στο σημείο Ε. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΔ, ΒΓΔ, ΑΔΕ και ΑΒΕ είναι ισοσκελή.

*Μονάδες 5*

**Πρόβλημα 4**

Να προσδιορίσετε τριψήφιο θετικό ακέραιο  $A = \overline{\alpha\beta\gamma} = 100\alpha + 10\beta + \gamma$ , αν ισχύουν και οι τρεις επόμενες προτάσεις:

- (i)  $A - B = 27$ , όπου  $B = \overline{\alpha\gamma\beta} = 100\alpha + 10\gamma + \beta$ .
- (ii) Το άθροισμα των ψηφίων  $\beta, \gamma$  ισούται με το μικρότερο ακέραιο που είναι λύση της ανίσωσης:  $3x + 12 < 5x - 1$ .
- (iii) Ο αριθμός Α διαιρείται με το 3.

*Μονάδες 5*

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
72<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙ-  
ΚΑ  
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”  
ΣΑΒΒΑΤΟ, 21 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2012  
Β΄ τάξη Γυμνασίου

**Πρόβλημα 1**

(α) Να συγκρίνετε τους αριθμούς

$$A = \frac{2^3}{31} \cdot \left( 2^3 + 2^0 + \frac{3}{8} : \frac{3}{2} - \frac{1}{4} \right) \text{ και } B = \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{12} \right) : \left( \frac{8}{3^4} - \frac{2}{9^2} \right) + \frac{3}{2^4}.$$

*Μονάδες 2*

(β) Αν ισχύει ότι:

$$6(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) = 11\alpha\beta\gamma \text{ και } \alpha\beta\gamma \neq 0,$$

να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$\Gamma = \frac{8-\alpha}{2\alpha} + \frac{12-\beta}{3\beta} + \frac{16-\gamma}{4\gamma}.$$

*Μονάδες 3*

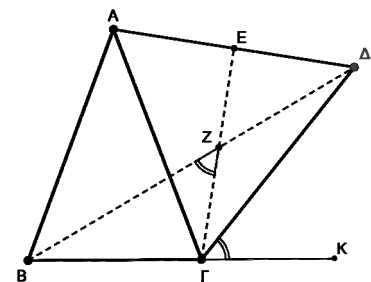
**Πρόβλημα 2**

Ένας πελάτης αγόρασε από μία έκθεση αυτοκινήτων ένα αυτοκίνητο για το οποίο πλήρωσε με μετρητά το μισό της τιμής πώλησης του αυτοκινήτου, ενώ για τα υπόλοιπα συμφωνήθηκε να πληρώσει με 24 μηνιαίες δόσεις των 500 ευρώ. Με αυτόν το διακανονισμό επιβαρύνθηκε με τόκους που συνολικά αντιστοιχούν στο 10% της τιμής πώλησης του αυτοκινήτου. Να βρείτε την τιμή πώλησης του αυτοκινήτου και πόσα συνολικά θα πληρώσει συνολικά ο πελάτης.

*Μονάδες 5*

**Πρόβλημα 3**

Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές ( $AB = AG$ ) και οξυγώνιο, το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισόπλευρο και Ε είναι το μέσο του ΑΔ. Αν το Κ βρίσκεται στη προέκταση της ΒΓ και οι ΒΔ, ΓΕ τέμνονται στο σημείο Ζ, να αποδείξετε ότι οι γωνίες  $\hat{B}\hat{Z}\hat{\Gamma}$  και  $\hat{K}\hat{\Gamma}\hat{\Delta}$ , είναι ίσες.



*Μονάδες 5*

**Πρόβλημα 4**

Γράφουμε στον πίνακα το σύνολο Α που περιέχει όλους τους ακέραιους από το 1 μέχρι και το 2012. Διαγράφουμε από το σύνολο Α όλους τους ακέραιους που είναι πολλαπλάσια του 5 και στη συνέχεια, από τους ακέραιους που απέμειναν, διαγράφουμε αυτούς που είναι πολλαπλάσια του 8. Να βρείτε πόσοι ακέραιοι θα απομείνουν στο σύνολο Α.

*Μονάδες 5*

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**